



POLISH ACADEMY OF SCIENCES - MATERIALS SCIENCE COMMITTEE  
SILESIA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY OF GLIWICE  
INSTITUTE OF ENGINEERING MATERIALS AND BIOMATERIALS  
ASSOCIATION OF ALUMNI OF SILESIA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Conference  
Proceedings

11th INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE  
ACHIEVEMENTS IN MECHANICAL & MATERIALS ENGINEERING

## Niejednoznaczność opisu struktury w algorytmie syntezy płaskich kaskadowych układów mechanicznych opisanych współrzędnymi niejednorodnymi

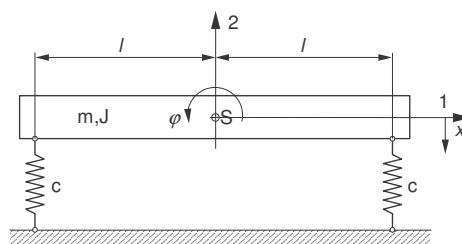
J. Świder, K. Foit

Katedra Automatykacji Procesów Technologicznych i Zintegrowanych Systemów Wytwarzania, Wydział Mechaniczny Techniczny, Politechnika Śląska  
ul. Konarskiego 18A, 44-100 Gliwice, Poland

Rozwinięciem prac nad zagadnieniem syntezy drgających układów mechanicznych opisanych współrzędnymi jednorodnymi [1,2,3] jest sformułowanie nowego algorytmu odnoszącego się do układów opisanych współrzędnymi niejednorodnymi [4]. Niniejszą pracę poświęcono problemowi niejednoznaczności opisu struktury na poziomie tworzenia modeli topologicznych.

### 1. WPROWADZENIE

Opracowanie formalizmu grafów hybrydowych [5] oraz macierzowych grafów hybrydowych [6] umożliwiło prowadzenie analizy drgających układów mechanicznych opisanych współrzędnymi niejednorodnymi w oparciu o metody topologiczne. Sformułowane w pracach [1,2,3] metody syntezy układów mechanicznych opisanych współrzędnymi jednorodnymi w ujęciu grafów biegunowych i hipergrafów, stały się motywacją do poszukiwania podobnych rozwiązań w klasie układów opisywanych za pomocą grafów hybrydowych. Wynikiem badań jest sformułowanie algorytmu syntezy odnoszącego się do płaskich, kaskadowych, drgających układów mechanicznych, opisanych zbiorem współrzędnych niejednorodnych, który przedstawiono w [4]. Na obecnym etapie badań metoda ta ogranicza się do wykorzystania rozkładu funkcji charakterystycznej na ułamek łańcuchowy celem uzyskania informacji o parametrach dynamicznych struktury kaskadowej drgającego układu mechanicznego. Podstawą sformułowania algorytmu było przyjęcie elementarnego podukładu o dwóch stopniach swobody, jako podstawowego elementu poszukiwanej struktury oraz założenie uproszczeń w postaci jednakowej wartości sztywności elementów sprężystych i symetrycznego rozmieszczenia punktów koincydencji elementów sprężystych i inercyjnego względem środka masy. W ten sposób uzyskano opis we współrzędnych głównych i jednocześnie zredukowano liczbę parametrów potrzebnych do opisu układu. Model fenomenologiczny elementarnego podukładu przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Elementarny podukład w rozpatrywanej klasie układów

Przeprowadzając analizę elementarnego podukładu z zastosowaniem formalizmu i metod grafów hybrydowych, a następnie dokonując dekompozycji grafu hybrydowego [4] sformułowano zadanie odwrotne, czyli algorytm syntezy płaskich kaskadowych układów mechanicznych.

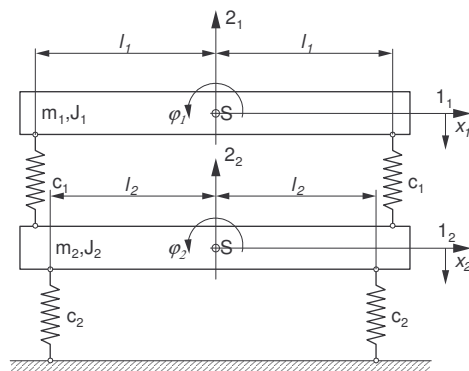
## 2. NIEJEDNOZNACZNOŚCI W OPISIE STRUKTURY POSZUKIWANEGO UKŁADU WYNIKAJĄCE Z ZASTOSOWANIA ALGORYTMU SYNTEZY

Stosowanie algorytmów syntezy odnoszących się do układów opisanych współzrędnymi jednorodnymi (por. [1,2,3]) prowadzi do uzyskania pola możliwych rozwiązań strukturalnych, determinujących postać układu mechanicznego. Na postać uzyskanego rozwiązania wpływają takie czynniki jak rozkład zer i biegunów charakterystyki dynamicznej, przyjętej jako kryterium projektowe, rodzaj zastosowanej metody syntezy z uwzględnieniem metod mieszanych i algorytmicznych [2], wartość współczynników zastosowanych do skalowania wyznaczonych parametrów. Zróżnicowanie pola rozwiązań uzyskiwanych na skutek stosowania nowej metody jest jeszcze większe, gdyż nie istnieją sprzężenia pomiędzy klasami współzrędnymi jednorodnymi [4]. W związku z tym możliwe jest przypisanie różnych charakterystyk do każdej z klas. Związek pomiędzy zbiorem współzrędnymi a charakterystyką nie jest określony przez algorytm w sposób jednoznaczny, a odpowiednie przyporządkowanie dokonywane jest przez projektanta. Ponadto proces syntezy, przebiegający w taki sam sposób w odniesieniu do każdej klasy, nie determinuje w jednoznaczny sposób jednostek fizycznych w jakich wyrażane są wyniki. Oznacza to, że decyzja czy parametry wyznaczone dla danego zbioru współzrędnymi opisują elementy wykonujące ruch obrotowy czy postępowy należy do projektanta. W dalszej części przedstawiono przykład ilustrujący omawiane zagadnienie.

## 3. PRZYKŁAD

Poszukiwana jest struktura płaskiego układu kaskadowego opisanego współzrędnymi niejednorodnymi, której częstości rezonansowe wynoszą odpowiednio:  $\omega_1 = 10$  [rad/s],  $\omega_2 = 20$  [rad/s],  $\omega_3 = 30$  [rad/s],  $\omega_4 = 40$  [rad/s]. Do celów przeprowadzenia syntezy przyjęto dodatkowo dwie częstości antyrezonansowe  $\omega_{1,2} = 15$  [rad/s] oraz  $\omega_{3,4} = 35$  [rad/s]. Wyróżniono dwie klasy współzrędnymi jednorodnymi. W odniesieniu do pierwszej zdefiniowano funkcję charakterystyczną posiadającą bieguny  $\omega_1$  i  $\omega_2$  oraz zero  $\omega_{1,2}$ . Drugiej z klas przypisano funkcję charakterystyczną o biegunach  $\omega_3$  i  $\omega_4$  oraz zerze  $\omega_{3,4}$ . Dokonując

rozkładu charakterystyk na ułamek łańcuchowy otrzymano wyniki, które umieszczono w tabelcy 1. Poszukiwaną strukturę pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Struktura syntezowanego układu

Tablica 1  
Parametry dynamiczne układu

Numer klasy	parametry inercyjne		sztywności	
1	1	3,456	275	502,85
2	1	13,33	1275	15065

W wyniku przeprowadzenia pozostałych odwzorowań zgodnie z algorytmem syntezy otrzymuje się zestawy konkretnych parametrów dynamicznych: mas, momentów bezwładności i sztywności. W tablicach 2 i 3 przedstawiono dwa warianty wybrane z pola możliwych rozwiązań. W pierwszym przypadku zdecydowano, że klasa pierwsza opisuje drgania wzdłużne układu, natomiast druga drgania skrętne.

Tablica 2  
Zestawienie parametrów układu – wariant pierwszy

Wielkość	Jednostka	Stopień 1	Stopień 2
$m$	[kg]	1	3,456
$J$	[kg m <sup>2</sup> ]	1	13,33
$c$	[N/m]	137,5	251,43
$l$	[m]	2,15	5,47

W drugim przypadku zmieniono odpowiednio przypisania ruchów drgających do klas współrzędnych otrzymując różne wartości konkretnych parametrów dynamicznych układu.

Tablica 3  
Zestawienie parametrów układu – wariant drugi

Wielkość	Jednostka	Stopień 1	Stopień 2
$m$	[kg]	1	13,33
$J$	[kg m <sup>2</sup> ]	1	3,456
$c$	[N/m]	637,5	7532,5
$l$	[m]	0,46	0,18

Należy podkreślić, że każdy z przedstawionych wariantów może być zmodyfikowany poprzez zastosowanie odpowiednich współczynników skalujących.

#### 4. PODSUMOWANIE

Prowadzone są dalsze badania nad algorytmami syntezy mające na celu sformułowanie ogólnej metody odnoszącej się do złożonych układów mechanicznych (z uwzględnieniem układów przestrzennych), z czym wiąże się wzrost liczby wyróżnianych klas współrzędnych. Ze względu na decydujący wpływ projektanta na wybór optymalnego rozwiązania zagadnienie syntezy prowadzonej w odniesieniu do układów mechanicznych opisanych współrzędnymi niejednorodnymi przenosi się z obszaru problemów numerycznych do zastosowań aplikacji CAD/CAE. Dlatego podczas dalszych badań zostanie poświęcone więcej uwagi integracji z istniejącymi systemami modelowania i wspomaganie prac inżynierskich.

#### LITERATURA

1. A. Buchacz, Synteza drgających układów prętowych w ujęciu grafów i liczb strukturalnych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Mechanika z. 104. Gliwice, 1991.
2. A. Dymarek, Odwrotne zadanie tłumionych mechanicznych układów drgających w ujęciu grafów i liczb strukturalnych. Zeszyty Naukowe Katedry Automatykacji Procesów Technologicznych i Zintegrowanych Systemów Wytwarzania, Politechnika Śląska, Gliwice, 2001.
3. T. Dzitkowski, Odwrotne zadanie dynamiki dyskretno ciągłych układów mechanicznych w ujęciu grafów i liczb strukturalnych. Zeszyty Naukowe Katedry Automatykacji Procesów Technologicznych i Zintegrowanych Systemów Wytwarzania, Politechnika Śląska, Gliwice, 2002.
4. K. Foit, Synteza drgających układów mechanicznych opisanych współrzędnymi niejednorodnymi. W: Zeszyty Naukowe Katedry Automatykacji Procesów Technologicznych i Zintegrowanych Systemów Wytwarzania, Politechnika Śląska (w druku).
5. J. Świder, Grafy hybrydowe w modelowaniu drgających układów mechanicznych z liniowymi sprzężeniami, Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice, 1981.
6. J. Świder, Macierzowe grafy hybrydowe w opisie drgających, złożonych układów mechanicznych, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Mechanika - Zeszyt 106, Gliwice, 1991.