



POLISH ACADEMY OF SCIENCES - MATERIALS SCIENCE COMMITTEE
SILESIA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY OF GLIWICE
INSTITUTE OF ENGINEERING MATERIALS AND BIOMATERIALS
ASSOCIATION OF ALUMNI OF SILESIA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Conference
Proceedings

11th INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE
ACHIEVEMENTS IN MECHANICAL & MATERIALS ENGINEERING

Optimalizacja składu chemicznego stali szybkołających z wykorzystaniem algorytmów genetycznych*

W. Sitek, L.A. Dobrzański, A. Piętka

Zakład Technologii Procesów Materiałowych i Technik Komputerowych w Materiałoznawstwie,
Instytut Materiałów Inżynierskich i Biomedycznych, Politechnika Śląska
ul. Konarskiego 18a, 44-100 Gliwice, Poland

W pracy przedstawiono wyniki badań optymalizacji składu chemicznego stali szybkołających, przeprowadzonych z wykorzystaniem techniki algorytmów genetycznych. W rozwiązywanym zadaniu optymalizacyjnym przyjęto dwa kryteria, mianowicie maksymalizację twardości stali szybkołającej przy jednoczesnej minimalnym koszcie materiału. Przedstawiono ogólną postać zastosowanego algorytmu genetycznego wraz z uzyskanymi wynikami optymalizacji.

1. WPROWADZENIE

Od lat w dziedzinie inżynierii materiałowej prowadzone są prace mające na celu opracowanie coraz lepszych, pod kątem własności użytkowych oraz względów ekonomicznych i ekologicznych, materiałów w tym m.in. narzędziowych. Celem tych badań jest opracowanie materiałów odpowiednich dla określonych zastosowań, przy czym dąży się, aby posiadały one co najmniej kilka z poniżej wymienionych cech:

- wysoka twardość,
- żaroodporność,
- żarowytrzymałość,
- duża odporność na zużycie adhezyjne i ściernie,
- duża odporność na korozję,
- wysoka udarność,
- odpowiednia sprężystość,
- wysoka wytrzymałość na zginanie i skręcanie,
- długa żywotność,
- łatwość i czystość produkcji,
- możliwość recyklingu,
- niska cena.

Tak duża liczba wymagań sprawia, iż jak dotąd wyodrębniono poszczególne grupy materiałów posiadających określone zespoły pożądanych cech. Należy jednak podkreślić, iż

* Autorzy uczestniczą w realizacji projektu CEEPUS Nr PL-013/02-03 kierowanego przez Prof. L.A. Dobrzańskiego.

obecnie zwraca się coraz większą uwagę na minimalizację kosztów produkcji, przez co dąży się obecnie do opracowywania i stosowania materiałów tanich odpornych na zużycie. Spełnienie tego warunku jest wymuszone przyspieszającymi zmianami w gospodarce światowej, w której tania produkcja masową odgrywa coraz większą rolę.

Wraz z rozwojem cywilizacji rozwijały się nowe metody badawcze i techniki tworzenia i kształtowania materiałów. Można zauważyć stopniowe odchodzenie od poznawania środowiska w sposób empiryczny na rzecz szukania sposobów określania stanu rzeczy poprzez różnego rodzaju modele, przedstawiające interesujące badacza właściwości przedmiotu badań, zwłaszcza, w obecnych czasach, przy użyciu komputerów. Wzrost zastosowań technik komputerowych, oraz dostępność samych komputerów sprawiła, że metody komputerowego wspomaganie znajdują zastosowanie w bardzo wielu dziedzinach naukowych, w przedsiębiorstwach oraz w życiu codziennym.

Stale szybkothonące, będące przedmiotem analiz, w dalszym ciągu stanowią jedną z ważniejszych grup stali z uwagi na swoje własności użytkowe oraz znaczenie w produkcji masowej. Przez to wciąż słuszne jest prowadzenie badań w zakresie poprawienia ich własności przy równoczesnym zwróceniu uwagi na jej niskie koszty produkcji, co pozwoli na wprowadzenie ich do produkcji średnio- i niskoseryjnej.

Podjęte prace nad optymalizacją składu chemicznego stali szybkothonących, dla przyjętych dwu kryteriów optymalizacji tj. maksymalizacji twardości stali szybkothonącej przy jednoczesnej minimalnym koszcie materiału, z punktu widzenia metod optymalizacji, stanowią globalne zadanie statyczne i wielokryterialne z ograniczeniami. Wymagało to odpowiedniego sformułowanie funkcji kryterialnej, która optymalizowała wskaźnik twardościowo-cenowy ograniczając w ten sposób zadanie optymalizacji do zadania poszukiwania maksymalnych wartości tego wskaźnika. Pracę tę, należy traktować jako wstępną dla dalszych badań prowadzonych w tym zakresie.

2. ZAŁOŻENIA PROCEDURY OPTIMALIZACYJNEJ

Przeprowadzenie optymalizacji twardościowo-cenowej stali szybkothonącej, wymaga dysponowania adekwatnym modelem matematycznym stali, którego jakość decyduje o poprawności przeprowadzanych dalej działań. Opracowany i przedstawiony dalej model matematyczny funkcji twardości stali uznano za dokładny w świetle opracowanych i przedstawionych dalej założeń wstępnych. Dotyczą one związków między poszczególnymi stężeniami pierwiastków stopowych stali szybkothonącej oraz temperaturami hartowania i odpuszczania, a jej własnościami, oraz relacjami pomiędzy nimi. Przyjęto również odpowiednie zależności upraszczające model stali oraz sposób obliczania jej ceny za kilogram.

W badaniach przyjęto, że:

- badane stale poddane są optymalnej (dla uzyskania maksymalnej twardości) technologii produkcji, obróbce plastycznej oraz obróbce cieplnej zapewniającej doskonale równomierne rozprowadzenie pierwiastków stopowych oraz węglików w całej objętości półwyrobu, którym będzie pręt kwadratowy o przekroju 10x10,
- przyjęte granice stężeń pierwiastków stopowych zapewniają osiągnięcie maksimum globalnego dla optymalizowanego wskaźnika twardościowo-cenowego opisującego stosunek twardości gotowego półwyrobu do jego ceny,
- analizowany zakres temperatur odpuszczania wynosi 510-570°C,

- opracowany model twardościowy-cenowy ma na celu umożliwienie oceny i porównania ze sobą osiągniętych wyników dla kolejnych zestawów parametrów (stężenia dodatków stopowych oraz temperatury hartowania i odpuszczania) i nie powinien być traktowany jako kompletny i w pełni poprawny model twardościowy i kosztowy stali szybko tnącej,
- wchodzący w skład funkcji celu model kosztowy stali szybko tnącej stanowi jedynie źródło szacunkowych informacji o końcowej cenie stali w funkcji ilości dodatków stopowych, ze względu na rynkowe wahania cen żelazostopów, oraz ogólnych kosztów produkcji, transportu, marketingu, obróbki cieplnej i łącznych kosztów wykonania narzędzi,
- w związku z problematycznym dostępem do poufnych danych handlowych związanych z cenami badanych stali szybko tnących, uznano za wystarczające, na wstępnym etapie badań, ustalenie modelu cenowego stali na podstawie cen kilku stali dostępnych na polskim rynku oraz znajomości proporcji cen rynkowych poszczególnych pierwiastków stopowych.

Ograniczenia zawarte w algorytmie genetycznym, dotyczą maksymalnych przedziałów występowania poszczególnych składników stopowych w stalach oraz zakresów temperatur hartowania i odpuszczania (tabl. 1). Ponadto w jądrze algorytmu zawarto dodatkowe ograniczenia wynikające z wpływu stężeń poszczególnych pierwiastków stopowych na twardość stali po zahartowaniu i odpuszczaniu w odpowiedniej dla tych stężeń temperaturze oraz z ich wzajemnych interakcji.

Tablica 1. Zakresy zmienności optymalizowanych parametrów stali szybko tnących

Zakresy zmienności ograniczeń												
Stężenie masowe pierwiastka, %											Temperatura, °C	
	C	Mn	Si	Cr	W	Mo	V	Ti*	Nb*	Co	Austenityzowania	Odpuszczania
Min.	0,75	0	0	2	1,3	0	0	0	0	0,1	1120	510
Maks.	1,45	0,4	0,5	4,5	19	10	4,8	1	1	10,5	1270	570

* - Brak w normie

3. FUNKCJA CELU

W zadaniu optymalizacji przyjęto funkcję kryterialną złożoną, opisywaną iloczynem dwóch oddzielnych funkcji kryterialnych: twardości i odwrotności ceny stali szybko tnącej:

$$Z = f(HRC(x), k(x)) = HRC(x) \cdot \frac{1}{k(x)}, \tag{1}$$

gdzie:

- funkcja twardości: $HRC(x) = a_{HRC} \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} hrc_i(x_j),$ (2)

- funkcja ceny: $k(x) = a_c + \sum_{i=1}^{10} c_i x_i,$ (3)

- $hrc_i(x_j)$ – funkcje twardości cząstkowej, opisujące oddziaływaniem kolejnych pierwiastków stopowych i temperatur,
- x_i, x_j – wielkości parametrów, stężenia masowe składników stopowych, wartości temperatur,
- c_i – orientacyjne udziały w cenach za kg odpowiednich składników stopowych.

Ze wzoru (1) wynika że zadaniem optymalizacji jest maksymalizacja wskaźnika twardościowo-cenowego z . Wynika to z naturalnego przystosowania algorytmów genetycznych do poszukiwania osobników o maksymalnym przystosowaniu. Zastosowane parametry a_{HRC} oraz a_c zapewniają odpowiednie przeskalowanie badanych funkcji co pozwala na odpowiednie uwypuklenie problemu zapewnienia wysokiej twardości.

3.1. Model twardości stali szybkotnącej

Model twardości zawiera sumaryczne zestawienie wpływów poszczególnych parametrów wytwarzania stali, jakie rozpatruje się w tej pracy, uwzględniając ich charakter, wzajemne interakcje i ograniczenia. Za [1] przyjęto następujące postaci funkcji opisujących wpływ poszczególnych pierwiastków na twardość:

$$hrcC = a_c \cdot sC^2 + b_c \cdot sC + c_c \quad (4)$$

$$hrcMn = a_{Mn} \cdot sMn - b_{MnC} \cdot sC \cdot sMn \quad (5)$$

$$hrcSi = a_{Si} \cdot sSi \quad (6)$$

$$hrcCr = a_{Cr} \cdot sCr - b_{CrV} \cdot sV \cdot sCr \quad (7)$$

$$hrcW = a_w \cdot sW + b_{wC} \cdot sC \cdot sW \quad (8)$$

$$hrcMo = a_{Mo} \cdot sMn - b_{MoW} \cdot sW \cdot sMo \quad (9)$$

$$hrcV = a_v \cdot sV - b_{CrV} \cdot (sCr + sV) \quad (10)$$

$$hrcCo = a_{Co} \cdot sCo - (b_{MoCo} - sMo)^2 \cdot sCo \quad (11)$$

$$hTi = a_{Ti(1lub2)} \cdot sTi \quad (12)$$

$$hNb = a_{Nb(1lub2)} \cdot sNb \quad (13)$$

$$hrcT_h = a_{T_h} \cdot sT_h^2 + b_{T_h} \cdot sT_h + c_{T_h} \quad (14)$$

$$hrcT_o = a_{T_o} \cdot sT_o^2 + b_{T_o} \cdot sT_o + c_{T_o} \quad (15)$$

3.2. Model ceny stali szybkotnącej

Opracowania modelu cenowego stali szybkotnących dokonano w oparciu o dane rynkowe dotyczące stali SW18, SW7M oraz SK5M oraz proporcje rynkowe cen dodatków stopowych zawartych w archiwalnych informacjach rynku amerykańskiego [2]. Pozwoliło to jedynie na uzyskanie przybliżonych danych, co związane jest z poufnością ofert handlowych producentów oraz importerów stali szybkotnących. Zaproponowany model, jako że opiera się na danych rynkowych stali szybkotnących, zawiera w sobie również ceny wynikające z

kosztów produkcji stali o podanym składzie.

W modelu przyjęto stałą cenę (5 PLN/kg) wytworzenia 1 kg kwadratowego pręta o przekroju kwadratowym 10x10mm ze stali szybko tnącej każdego gatunku. Przyjęto, iż cena ta stanowi wartość progową, uwzględniającą koszty produkcji niezwiązanymi ze stężeniami dodatków stopowych, a więc uwzględniającą koszty własne producenta, oraz koszty wynikające z obróbki plastycznej i cieplnej półwyrobów. W dalszej kolejności dla stali o różnym stężeniu procentowym pierwiastków stopowych będzie następować sumowanie kolejnych kosztów wprowadzenia dodatków stopowych, a ich ceny będą wynikać z proporcji ich ceny do ceny stali szybko tnącej (tabl. 2).

Tablica 2. Orientacyjne koszty dodania poszczególnych pierwiastków stopowych do stali szybko tnących

Pierwiastek stopowy	Mn	Si	Cr	W	Mo	V	Ti	Nb	Co
Proporcjonalna cena [PLN/1kg]	0,05	0,01	0,18	0,50	15,86	34,93	89,81	29,94	14,97

Takie sformułowanie problemu pozwoliło na opracowanie modelu kosztowego stali szybko tnących, opisanego podanymi w dalszej kolejności równaniami.

$$\begin{aligned} \text{cena} = & 5 \cdot (st + \text{cenaMn} \cdot Mn + \text{cenaSi} \cdot Si + \text{cenaCr} \cdot Cr + \text{cenaW} \cdot W + \text{cenaMo} \cdot Mo + \\ & + \text{cenaV} \cdot V + \text{cenaCo} \cdot Co + \text{cenaTi} \cdot Ti + \text{cenaNb} \cdot Nb) \end{aligned} \quad (16)$$

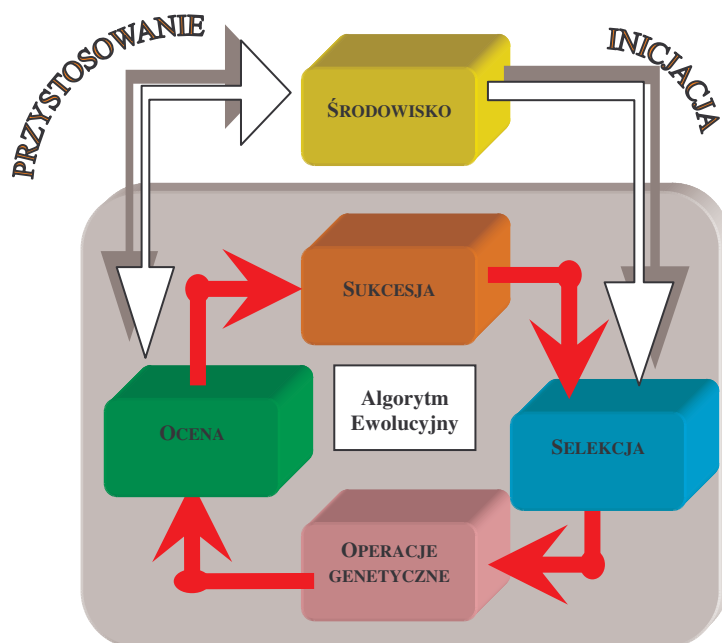
gdzie: *st* – ilość czystej stali węglowej po odliczeniu dodatków stopowych, określona wzorem:

$$st = 1 - Mn - Si - Cr - W - Mo - V - Co - Ti - Nb \quad (17)$$

Należy podkreślić raz jeszcze, iż zastosowana metoda stanowi jedynie próbę oszacowania ceny gotowego półproduktu ze stali szybko tnącej a przyjęte współczynniki należy traktować jako przykładowe do dalszych badań.

4. PROCEDURA OPTYMALIZACYJNA

Jako narzędzie w podjętym zadaniu zastosowano algorytmy ewolucyjne (AE) [3-5] służące do rozwiązywania problemów w sposób naśladujący pewne procesy zachodzące w przyrodzie, a dokładniej: procesy doboru naturalnego, dziedziczenia cech przez potomków, itd. (rys. 1). Przyjęto wówczas uważać ewolucję jako algorytm stale optymalizujący pewną funkcję - miarę przystosowania. Zastosowane algorytmy służą do poszukiwania wyników jedynie przybliżonych. Mając do rozwiązania trudny obliczeniowo problem (tzn. taki, dla którego skonstruowane algorytmy nie dawały rozwiązania w rozsądnym czasie ich działania) w zupełności zadowalające jest rozwiązanie, o którym można powiedzieć, że niewiele różni się od optymalnego. W uproszczeniu można przyjąć, że algorytmy ewolucyjne służą do optymalizacji pewnych funkcji (funkcje przystosowania). Należy jednak podkreślić, że sfera ich zastosowań jest dużo szersza: można je stosować dla dowolnych problemów, dla których można skonstruować funkcję oceniającą rozwiązania. W tym ujęciu wiele problemów można przeformułować ten sposób, aby stały się problemami rozwiązywalnymi przez algorytmy ewolucyjne.



Rys. 1. Schemat algorytmu ewolucyjnego

Z uwagi na złożoność zagadnienia oraz przypuszczalną dużą liczbę maksimum lokalnych funkcji kryterialnej, algorytm genetyczny został zbudowany tak, aby charakteryzował się odpowiednio szeroką eksploracją przestrzeni stanów. To wymaganie w stosunku do algorytmu genetycznego zrealizowano poprzez:

- zastosowanie sukcesji trywialnej, polegającej na całkowitym zastąpieniu „starej populacji” populacją potomną, dzięki czemu osobniki najgorzej przystosowane nie są wypierane z populacji i przez cały czas mają szansę uczestniczyć w operacjach genetycznych, a przez to mają szansę na nowe ukierunkowanie całej populacji w kierunku nowego maksimum lokalnego,
- przypisanie algorytmowi wysokiego prawdopodobieństwa mutacji zapewniającego częste opuszczanie kolejnych obszarów przyciągania,
- ustalenie dużej liczności populacji zapewniającej, szeroką eksplorację przestrzeni stanów,
- zastosowanie w algorytmie selekcji ruletkowej jako najmniej zbieżnej metody selekcji.

Po przeprowadzeniu badań wstępnych wykonano serię badań zasadniczych, w których przyjęto następujący zestaw parametrów:

- wielkość populacji – 100 osobników,
- prawdopodobieństwo krzyżowania – 0,5,
- prawdopodobieństwo mutacji – 0,2,
- liczba pokoleń – 100,
- dokładność przeprowadzania obliczeń – 0,5.

Następnie wykonano serię badań a przykładowe wyniki przedstawiono w tablicy 3.

Tablica 3. Zestaw wyników optymalizacji składu chemicznego oraz temperatury austenizacji i odpuszczania stali szybkotnących

Nr optymalizacji	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Wskaźnik Z	12,63	12,84	12,65	12,53	12,73	12,68	12,72	12,75	12,84	12,71
C [%]	1,43	1,37	1,45	1,15	1,01	1,36	1,40	1,20	1,44	1,21
Mn [%]	0,12	0,19	0,11	0,11	0,26	0,11	0,14	0,20	0,20	0,39
Si [%]	0,32	0,46	0,12	0,17	0,49	0,21	0,36	0,43	0,48	0,35
Cr [%]	4,12	4,46	4,49	4,38	4,41	4,19	4,34	4,30	4,32	4,47
W [%]	18,93	9,28	6,71	17,82	18,03	18,79	7,06	12,89	14,70	18,17
Mo [%]	0,18	1,34	0,29	0,60	1,96	0,32	0,37	0,53	1,07	0,10
V [%]	1,33	3,70	4,41	1,92	1,54	1,88	4,01	3,04	3,55	3,68
Co [%]	0,18	0,14	0,14	0,67	0,14	0,51	0,43	0,18	0,26	0,26
Ti [%]	0,64	0,34	0,98	0,12	0,18	0,30	0,34	0,36	0,10	0,17
Nb [%]	0,52	34,00	0,22	0,43	0,26	0,28	0,11	0,15	0,37	0,26
Ta [°C]	1206	1206	1239	1262	1206	1173	1249	1203	1212	1175
To [°C]	558	534	547	522	536	515	544	543	548	553
Twardość, HRC	64,98	69,43	69,33	66,57	66,38	66,91	69,44	67,82	69,10	68,05
Cena [zł/kg]	3,54	8,11	9,85	6,26	4,24	5,42	9,12	6,32	7,64	7,04

5. OMÓWIENIE WYNIKÓW

W wyniku procedury optymalizacyjnej osiągnięto bardzo wysokie wartości końcowej twardości stali szybkotnących (ok. 70HRC), które choć niewykluczone teoretycznie, wydają się nazbyt optymistyczne. Z tego właśnie powodu otrzymane wyniki należy traktować jako szacunkowe. Optymalizując twardość spostrzeżono proponowane za każdym razem wysokie stężenie węgla (1,34%÷1,45%) co może być traktowane jako dążenie algorytmu do zapewnienia optymalizowanym stalom odpowiedniej ilości węgla do związania w postaci węglików wtórnych. W osiągniętych wynikach spostrzeżono ponadto stosunkowo wysokie stężenie krzemu, który został potraktowany przez algorytm, jako składnik jednoznacznie korzystny dla zwiększenia ostatecznej twardości gotowego półwyrobu ze stali szybkotnącej. Zgodnie z przewidywaniami, algorytm określał dla najwyższych twardości stosunkowo wysokie stężenia wanadu, który został potraktowany przez algorytm jako główny czynnik twardości wtórnej. Należy zwrócić uwagę na stosunkowo wysokie sumaryczne stężenia tytanu i niobu, które w odpowiednim stężeniu w stali dały dodatkowe podwyższenie twardości. Otrzymane w wyniku optymalizacji wartości temperatur austenizacji i odpuszczania charakteryzują się dużą zmiennością w poszczególnych próbach, co jest spowodowane dopasowywaniem tych temperatur przez algorytm genetyczny dla zadanych wartości stężeń poszczególnych pierwiastków.

Osiągnięto równocześnie bardzo niskie ceny stali szybkotnących, które sugerują szerokie pole dla badań na potrzeby produkcji przemysłowej tanich stali szybkotnących. Po wykonaniu optymalizacji określono, iż średnia cena półwyrobu (dla serii dwudziestu badań) wyniosła 2,77 zł za 1 kg przy średniej twardości 62,52 HRC, co okazało się być stosunkowo dobrym rezultatem zarówno pod względem finansowym jak i jakościowym. Wynikło to z przeszukiwania minimalnych cen w obszarze, w który osiągnęte twardości przekraczają zwykle wartość 60 HRC. Zgodnie z przypuszczeniami i zaleceniami zawartymi w publikacjach na temat stali szybkotnących, algorytm skierował się w kierunku stali o zawartości węgla zbliżonej do wartości ekwiwalentu węglowego, co jeszcze raz potwierdziło poprawne działanie algorytmu genetycznego i modelu stali. Należy zwrócić uwagę na wyeliminowanie ze stali szybkotnących dodatków kobaltu, a także po części również molibdenu, wanadu i tytanu

uznanych w trakcie ewolucji za zbyt kosztowne dla optymalizowanego parametru cenowego. Osiągnięte w wyniku ewolucji parametrów wysokie stężenia wolframu wynikały z jego stosunkowo niskiej ceny w porównaniu z innymi kluczowymi w stalach szybko tnących składnikami stopowymi. Podkreślić należy, iż w modelu cenowym optymalizacji podlegały wyłącznie ceny stali szybko tnących, bez udziału temperatur hartowania i odpuszczania, które dobierane losowo nie wpływały na wyniki optymalizacji i służyły jedynie oszacowaniu twardości dla poszczególnych, optymalizowanych pod względem ceny stali.

6. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania wykazały przydatność nowoczesnej techniki optymalizacyjnej, jakimi są algorytmy genetyczne, w dziedzinie inżynierii materiałowej i stanowią podstawę dla dalszych badań optymalizacyjnych własności materiałów, a zwłaszcza stali szybko tnących.

Uzyskane rezultaty należy traktować jako szacunkowe ze względu na ograniczony do stężeń i temperatur dobór optymalizowanych parametrów. Nie uwzględniono w badaniach szeregu parametrów technologicznych oraz możliwości regulacji czasów trwania poszczególnych etapów w produkcji i w obróbce cieplnej, które w sposób decydujący wpływają na strukturę i własności stali szybko tnących. Z tych właśnie powodów należy przypuszczać, iż po ich uwzględnieniu uzyskane wyniki będą odbiegać od uzyskanych w pracy i pozwolą na bardziej szczegółowe określenie własności gotowego półwyrobu oraz określenie innych składów chemicznych. Uzyskane w trakcie badań twardości i ceny wynikają w decydującym stopniu od jakości sporządzonego modelu twardościowo-cenowego stali szybko tnących. Opracowany model pozwolił na przybliżone oszacowanie twardości i ceny twardości i ceny gotowego półwyrobu. Zastosowany algorytm genetyczny jednoznacznie wskazał na stale szybko tnące wolframowo-wanadowe o podwyższonej zawartości węgla z dodatkami krzemu, tytanu i niobu. Opracowany model twardości jest krytycznym elementem całego zadania optymalizacji, a wobec uzyskanych rezultatów celowe jest prowadzenie dalszych badań optymalizacyjnych z wykorzystaniem doskonalszych modeli opartych na przykład na sieciach neuronowych, umożliwiających przez to jednoczesną optymalizację większej ilości własności.

W pracy ograniczono się do ukazania możliwości, jakie daje optymalizacja ewolucyjna, wobec czego uzyskane wyniki należy traktować jako oszacowania i wskazania kierunków badań przy produkcji tanich stali szybko tnących.

Podziękowanie

Praca została częściowo wykonana w ramach projektu badawczego nr 4 T08A 009 23 finansowanego przez Komitet Badań Naukowych

LITERATURA

1. L.A. Dobrzański i in.: Metaloznawstwo i obróbka cieplna materiałów narzędziowych, WNT, Warszawa, 1991.
2. Witryna internetowa: http://minerals.usgs.gov/minerals/pubs/metal_prices/.
3. J. Arabas: Wykłady z algorytmów ewolucyjnych, WNT, Warszawa, 2001.
4. D. Goldberg: Algorytmy genetyczne w zastosowaniach, WNT, Warszawa, 1995.
5. Z. Michalewicz: Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne, WNT, Warszawa, 1996.